

第6週 1回目・判断推理・グラフの領域①

グラフの領域について、基本的な方法は、①問題が示しているのはグラフのどの部分を指すのかを把握すること、②いくつかの条件を表すグラフの範囲を把握すること。

例として、トレーニングジムでのメニューを考える。

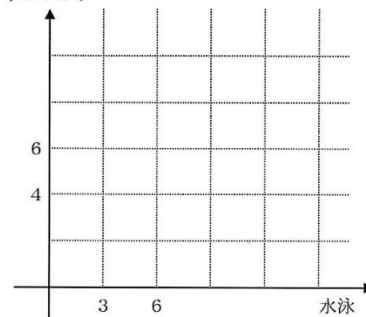
条件A トレーニングを合計10時間

条件B 水泳を3時間以上6時間以内、ランニングを4時間以上行う

これらの条件をグラフにまとめる。

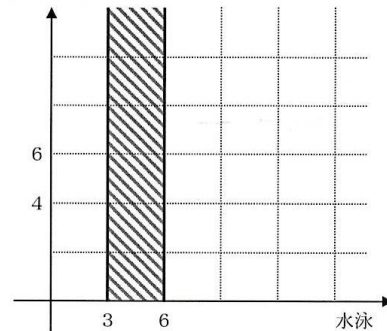
まず、横軸に水泳の時間、縦軸にランニングの時間をとる(図1)。

【図1】 ランニング



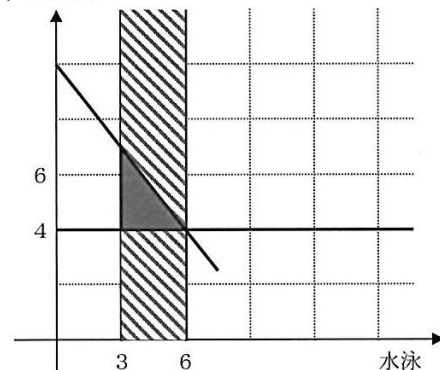
次に水泳の条件を図1に記す(図2)。

【図2】 ランニング



さらに、ランニングの時間を示す。このとき、ランニングは4時間以上となるが、全体で10時間という条件が問題文についている。そこで、水泳の時間を考えながらランニングの時間を求めると以下のようなになる。

【図3】 ランニング



水泳が3時間のとき、ランニング7時間

水泳が4時間のとき、ランニング6時間

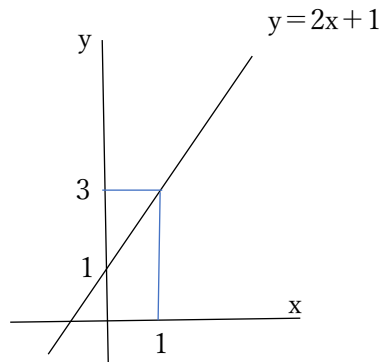
水泳が5時間のとき、ランニング5時間

水泳が6時間のとき、ランニング4時間

これを図2に記すと右図のようになる(図3)。

図3の黒い部分が水泳とランニングの時間の条件を満たす領域になる。このようにグラフの領域を示して問題を解く。このグラフはあらかじめ問題に描かれているので、そのグラフを読み取れるようになればよい。

$y=2x+1$ のグラフは右図である。



$y > 2x + 1 \cdots \textcircled{1}$ について、 $\textcircled{1}$ が示す領域には、任意に原点 $(0,0)$ が含まれているかを検討する。

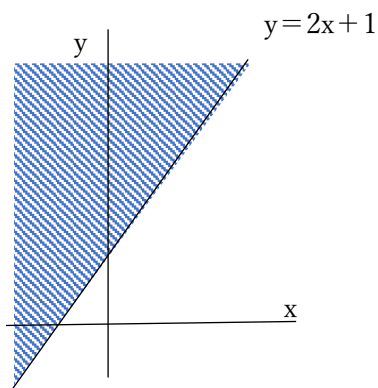
$\textcircled{1}$ に $(0,0)$ を代入する。 $0 > 2 \times 0 + 1 \quad 0 > 1$ となり成立しない。

よって、 $\textcircled{1}$ は原点側とは逆の領域となり、左図となる。ただし、境界線は含まない。

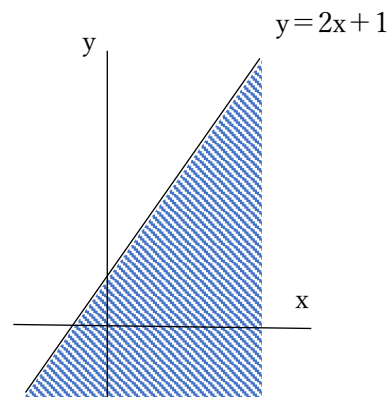
尚、任意に領域内の $(0,10)$ を代入した場合、 $10 > 2 \times 0 + 1 = 1$ となり、 $\textcircled{1}$ は成立する。

また、 $y < 2x + 1 \cdots \textcircled{1}'$ について、 $\textcircled{1}'$ とは反対側となるため、右図となる。ただし、境界線は含まない。

$y > 2x + 1 \cdots \textcircled{1}$



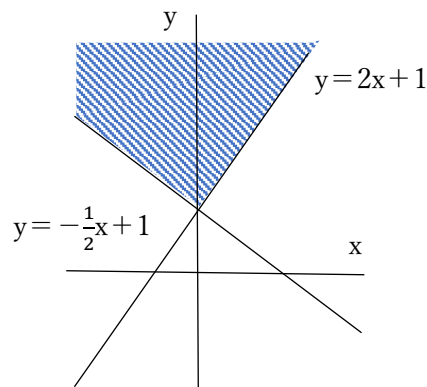
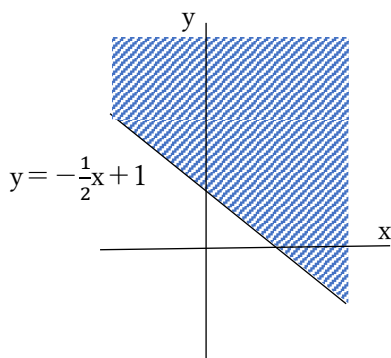
$y < 2x + 1 \cdots \textcircled{1}'$



次に、連立不等式と領域(2つの不等式を同時に満たす点の集合)について、

$$\begin{cases} y > 2x + 1 \cdots \textcircled{1} \\ y > -\frac{1}{2}x + 1 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$y > -\frac{1}{2}x + 1 \cdots \textcircled{2}$ についての領域は左図となる。不等式 $\textcircled{1}\textcircled{2}$ を同時に満たす点の集合は右図となる。ただし、境界線は含まない。



第6週1回目・判断推理・グラフの領域① 問題

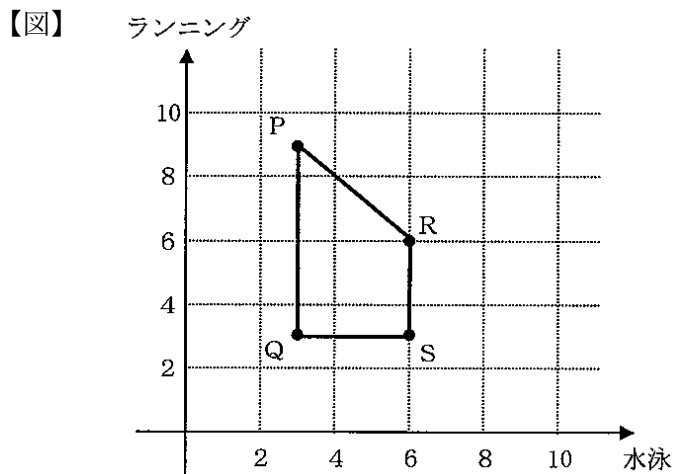
1. あるトレーニングジムで、水泳とランニングのメニューを行うことにした。その条件は以下の通りである。

条件A 水泳を3時間以上6時間以内選択する。

条件B ランニングを3時間以上選択する。

条件C 水泳とランニングの合計時間は12時間以下である。

水泳の時間を横軸、ランニングの時間を縦軸にとってグラフを描くと以下のようなになる。



点Pと点Rを通る直線であらわされる境界は、どの条件に関連するものか。

ア 条件A イ 条件B ウ 条件C エ 条件AとB オ すべての条件 カ どの条件でもない

()

2. あるテストの問題は国語、数学が出題される。このテストは以下の条件を満たすように問題を選択しなければならない。

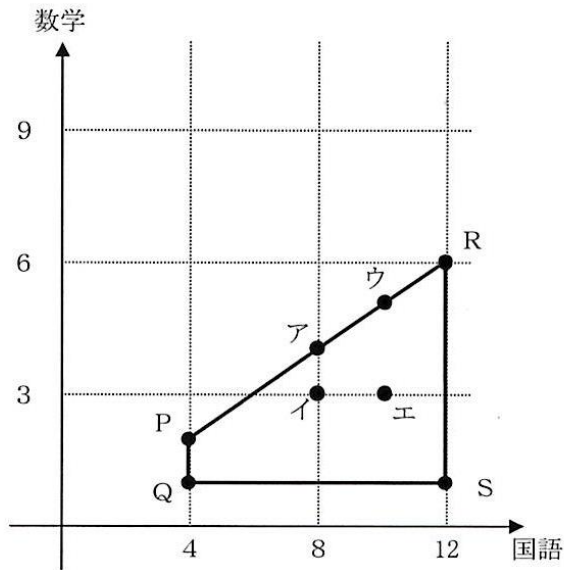
条件 A 国語は 4 問以上選択しなければならない。

条件 B 数学は 1 問以上選択しなければならない。

条件 C 国語は 12 問以下で選択しなければならない。

条件 D 国語は、選択した数学の問題数の 2 倍以上で選択しなければならない。

そこで国語の時間を横軸、数学の時間を縦軸にとってグラフを描くと以下のようなになる。



(1) 点 R と点 S を通る直線であらわされる境界は、どの条件に関連するものか。

ア 条件 A イ 条件 B ウ 条件 C エ 条件 D オ どの条件でもない

()

(2) 点 P と点 Q を通る直線であらわされる境界は、どの条件に関連するものか。

ア 条件 A イ 条件 B ウ 条件 C エ 条件 D オ どの条件でもない

()

(3) 点ア～エの中で、選択した問題数(国語と数学の和)が S に等しいのはどれか。

(点)

3. あるスーパーでは、鶏肉と牛肉を1グラム単位で購入することができる。ただし、以下の条件を満たすように購入しなければならない。

条件A 鶏肉と牛肉の購入グラムの和が600グラム以下でなければならない。

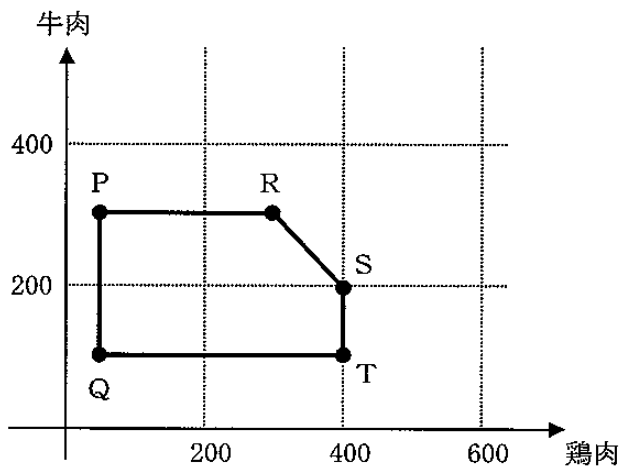
条件B 鶏肉は50グラム以上購入しなければならない。

条件C 鶏肉は400グラムまでしか購入できない。

条件D 牛肉は100グラム以上購入しなければならない。

条件E 牛肉は300グラムまでしか購入できない。

そこで鶏肉を横軸、牛肉を縦軸にとってグラフを描くと以下のようなになる。



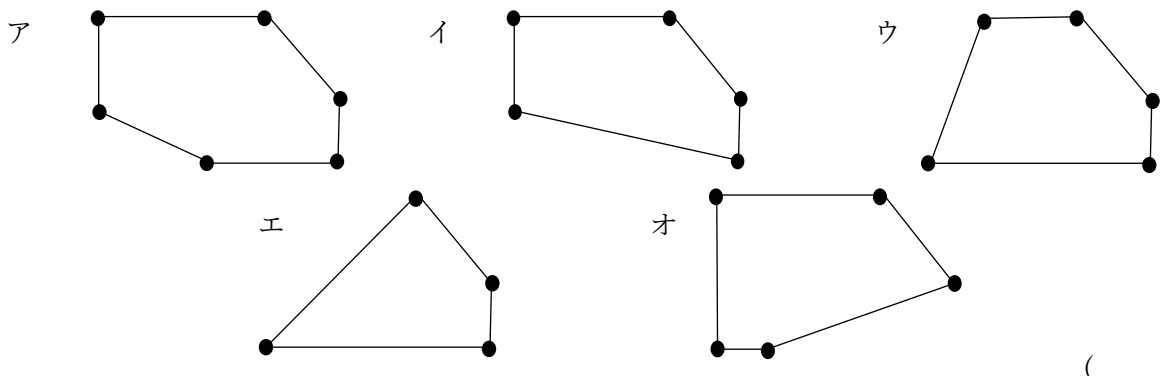
(1)点Pと点Rを通る直線であらわされる境界は、どの条件に関連するものか。

ア 条件A イ 条件B ウ 条件C エ 条件D オ 条件E ()

(2)鶏肉の価格が1グラムあたり1円、牛肉の価格が1グラムあたり2円であるとき、点P~Tの中で最も金額が高いのはどれか。

ア 点P イ 点Q ウ 点R エ 点S オ 点T ()

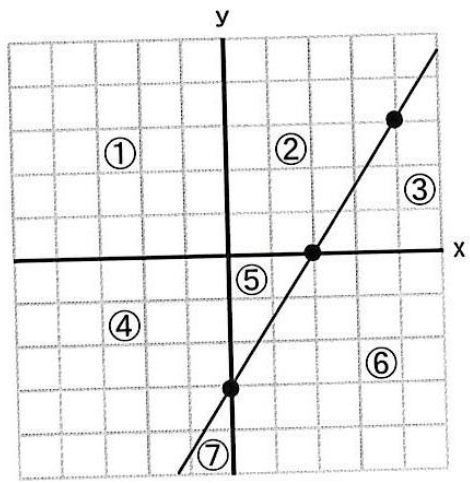
(3)条件A~Eに加え、条件F「鶏肉と牛肉合計して400円以上購入しなければならない」という条件が加えられたとき、境界で作られる図形はどのようなものになるか。ただし、価格については、(2)と同じ条件である。



()

4. 右図⑤の領域を表す式として正しいものはどれか。

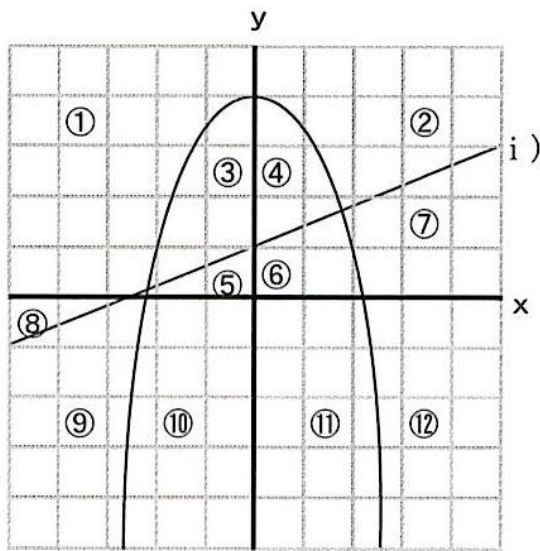
- ア $x > 0$ $y < 0$ $y < \frac{3}{2}x - 3$
- イ $x > 0$ $y < 0$ $y > \frac{3}{2}x - 3$
- ウ $x < 0$ $y < 0$ $y > \frac{3}{2}x - 3$
- エ $x < 0$ $y < 0$ $y < \frac{3}{2}x - 3$
- オ $x > 0$ $y > 0$ $y > \frac{3}{2}x - 3$
- カ $x > 0$ $y < 0$ $y > \frac{3}{2}x - 3$



()

5. (1)図③④の領域を表す式として正しいものはどれか。

- ア $y > \frac{2}{5}x + 1$ $y < -\frac{3}{4}x^2 + 4$
- イ $y > \frac{2}{5}x + 1$ $y > \frac{4}{3}x^2 + 4$
- ウ $y > \frac{2}{5}x - 1$ $y > -\frac{3}{4}x^2 - 4$
- エ $y < \frac{2}{5}x + 1$ $y < \frac{4}{3}x^2 - 4$
- オ $y < \frac{2}{5}x - 1$ $y > -\frac{3}{4}x^2 - 4$
- カ $y < \frac{2}{5}x - 1$ $y < -\frac{3}{4}x^2 + 4$



ii) ()

(2)図⑦の領域を表す式として正しいものはどれか。

- ア $y < 0$ $y > \frac{5}{2}x - 1$ $y < -\frac{3}{4}x^2 + 4$
- イ $y > 0$ $y > \frac{2}{5}x - 1$ $y > \frac{4}{3}x^2 + 4$
- ウ $y < 0$ $y > \frac{2}{5}x + 1$ $y > -\frac{3}{4}x^2 - 4$
- エ $y > 0$ $y < \frac{5}{2}x - 1$ $y < \frac{4}{3}x^2 - 4$
- オ $y < 0$ $y < \frac{5}{2}x + 1$ $y > -\frac{3}{4}x^2 - 4$
- カ $y > 0$ $y < \frac{2}{5}x + 1$ $y > -\frac{3}{4}x^2 + 4$

()

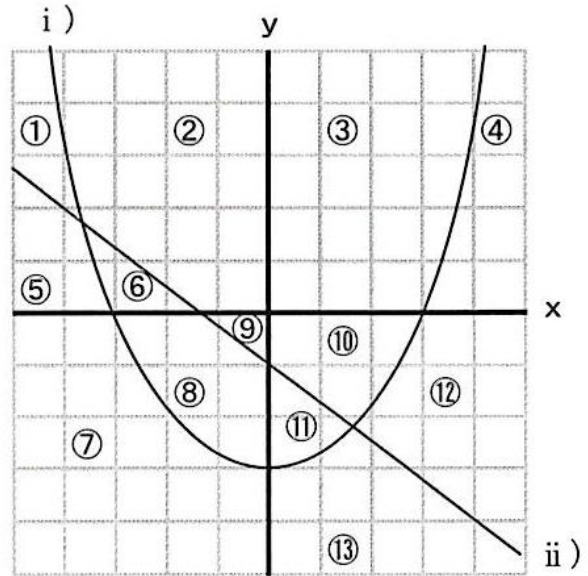
(3)下の式が示す領域は、図のどの領域になるか。①～⑫の中から選びなさい。ただし、複数の領域を解答する場合もある。

$$y < 0 \quad y > \frac{2}{5}x + 1 \quad y > -\frac{3}{4}x^2 + 4$$

()

6. (1) 図②③⑨⑩の領域を表す式として正しいものはどれか。

- | | | |
|---|-------------------------|---------------------------|
| ア | $y > \frac{3}{4}x + 1$ | $y < -\frac{1}{3}x^2 + 3$ |
| イ | $y > -\frac{3}{4}x - 1$ | $y > \frac{1}{3}x^2 - 3$ |
| ウ | $y > \frac{3}{4}x - 1$ | $y > -\frac{1}{3}x^2 + 3$ |
| エ | $y < -\frac{3}{4}x + 1$ | $y < \frac{1}{3}x^2 - 3$ |
| オ | $y < -\frac{3}{4}x + 1$ | $y < -\frac{1}{3}x^2 - 3$ |
| カ | $y < \frac{3}{4}x - 1$ | $y > \frac{1}{3}x^2 + 3$ |



()

(2) 図⑬の領域を表す式として正しいものはどれか。

- | | | | |
|---|---------|-------------------------|---------------------------|
| ア | $x < 0$ | $y > -\frac{3}{4}x - 1$ | $y > \frac{1}{3}x^2 + 3$ |
| イ | $x > 0$ | $y > \frac{3}{4}x - 1$ | $y > \frac{1}{3}x^2 + 3$ |
| ウ | $x < 0$ | $y > -\frac{3}{4}x + 1$ | $y < -\frac{1}{3}x^2 - 3$ |
| エ | $x > 0$ | $y < -\frac{3}{4}x - 1$ | $y < \frac{1}{3}x^2 - 3$ |
| オ | $x < 0$ | $y < \frac{3}{4}x + 1$ | $y < -\frac{1}{3}x^2 - 3$ |
| カ | $x > 0$ | $y < \frac{3}{4}x + 1$ | $y > -\frac{1}{3}x^2 + 3$ |

()

(3) 下の式が示す領域は、図のどの領域になるか。①～⑬の中から選びなさい。ただし、複数の領域を解答する場合もある。

$$x > 0 \quad y > -\frac{3}{4}x - 1 \quad y > \frac{1}{3}x^2 - 3$$

()

第6週1回目・判断推理・グラフの領域① 解答

1. あるトレーニングジムで、水泳とランニングのメニューを行うことにした。その条件は以下の通りである。

条件 A 水泳を3時間以上6時間以内選択する。

条件 B ランニングを3時間以上選択する。

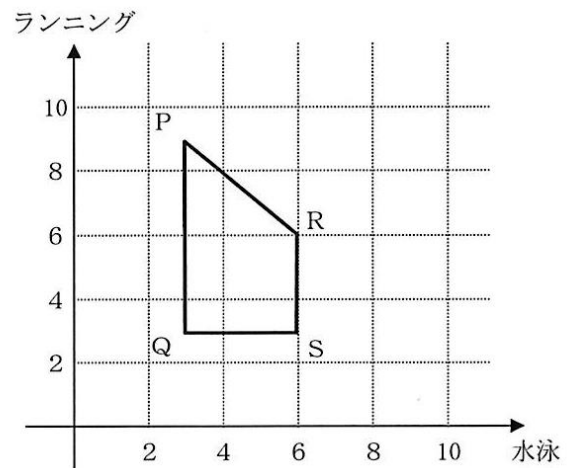
条件 C 水泳とランニングの合計時間は12時間以下である。

水泳の時間を横軸、ランニングの時間を縦軸にとってグラフを描くと以下のようなになる。

点 P と点 R を通る直線であらわされる境界は、どの条件に関連するものか。

ア 条件 A イ 条件 B ウ 条件 C エ 条件 A と B オ すべての条件 カ どの条件でもない

グラフの PQSR の点が囲む範囲が条件を満たす領域になる。
この領域の境界線の中で、点 P と点 R が示す境界線は何を示すかという、水泳の時間とランニングの時間の合計時間が12時間を示すところに境界線があるから、この境界線は条件 C を示している。



(ウ)

2. あるテストの問題は国語、数学が出題される。このテストは以下の条件を満たすように問題を選択しなければならない。

条件 A 国語は 4 問以上選択しなければならない。

条件 B 数学は 1 問以上選択しなければならない。

条件 C 国語は 12 問以下で選択しなければならない。

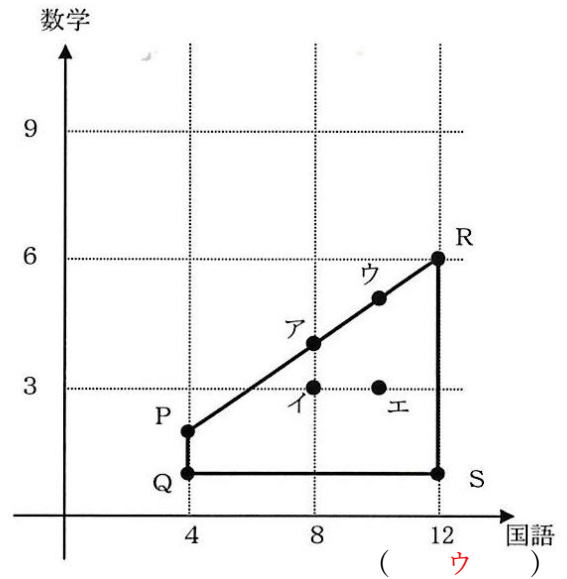
条件 D 国語は、選択した数学の問題数の 2 倍以上で選択しなければならない。

そこで国語の時間を横軸、数学の時間を縦軸にとってグラフを描くと以下のようなになる。

(1)点 R と点 S を通る直線であらわされる境界は、どの条件に関連するものか。

- ア 条件 A イ 条件 B ウ 条件 C
エ 条件 D オ どの条件でもない

まず、グラフの領域について、グラフの PQRS の点
が囲む範囲が条件を満たす領域になる。
この領域の境界線の中で、点 R と点 S を通る境界線
について、国語を 12 問選択することを示している境
界線であることから、この境界線は条件 C を示している。



(2)点 P と点 Q を通る直線であらわされる境界は、どの条件に関連するものか。

- ア 条件 A イ 条件 B ウ 条件 C エ 条件 D オ どの条件でもない

この領域の境界線の中で、点 P と点 Q を通る境界線について、国語を 4 問選択することを示している
境界線であることから、この境界線は条件 A を示している。 (ア)

(3)点ア～エの中で、選択した問題数(国語と数学の和)が S に等しいのはどれか。

(国語の問題数,数学の問題数)として表す。表の読み取りから、イは(8,3)、エは(10,3)、Sは(12,1)、Pは(4,2)、Rは(12,6)である。アはPとRの中点より(8,4)、ウはアとRの中点より(10,5)である。グラフの各点の問題数を表してみる。

	国語	数学	合計
点ア	8	4	12
点イ	8	3	11
点ウ	10	5	15
点エ	10	3	13
点S	12	1	13

上の表を見ると、点 S の選択した問題数は 13 問であり、これに等しいのは点エである。 (点エ)

3. あるスーパーでは、鶏肉と牛肉を1グラム単位で購入することができる。ただし、以下の条件を満たすように購入しなければならない。

条件 A 鶏肉と牛肉の購入グラムの和が 600 グラム以下でなければならない。

条件 B 鶏肉は 50 グラム以上購入しなければならない。

条件 C 鶏肉は 400 グラムまでしか購入できない。

条件 D 牛肉は 100 グラム以上購入しなければならない。

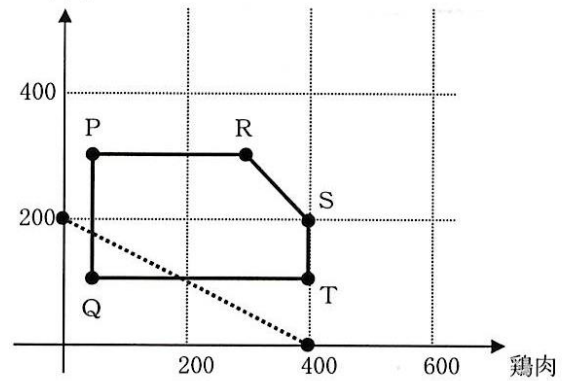
条件 E 牛肉は 300 グラムまでしか購入できない。

そこで鶏肉を横軸、牛肉を縦軸にとってグラフを描くと以下のようになる。

(1)点 P と点 R を通る直線であらわされる境界は、どの条件に関連するものか。

ア 条件 A イ 条件 B ウ 条件 C エ 条件 D オ 条件 E 牛肉

グラフの PQRST の点が囲む範囲が条件を満たす領域になる。この領域の境界線の中で、点 P と点 R を通る境界線は牛肉を 300 グラム購入することを示している境界線であるから、この境界線は条件 E を示している。



(オ)

(2)鶏肉の価格が1グラムあたり1円、牛肉の価格が1グラムあたり2円であるとき、点 P~T の中で最も金額が高いのはどれか。

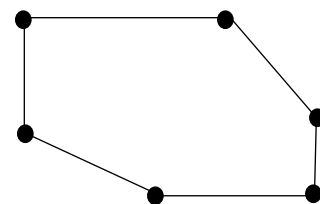
ア 点 P イ 点 Q ウ 点 R エ 点 S オ 点 T

購入グラム数が多いほど金額も高くなる。鶏肉と牛肉は合計 600 グラムまでしか買えないので、600 グラム購入したときに金額が最も高くなる。条件 A を表す境界線は点 R と点 S を結ぶ線分であるので、購入金額が高くなるのは点 R と点 S である。牛肉のほう単価が高いので、牛肉をより多く購入している点 R が最も購入金額が高くなる。

P 点：650 円 Q 点：250 円 R 点：900 円 S 点：800 円 T：600 円 (ウ)

(3)条件 A~E に加え、条件 F「鶏肉と牛肉合計して 400 円以上購入しなければならない」という条件が加えられたとき、境界で作られる図形はどのようなものになるか。ただし、価格については、(2)と同じ条件である。

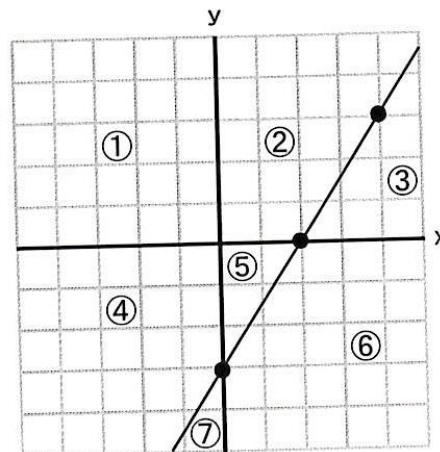
鶏肉の価格が1グラムあたり1円、牛肉の価格が1グラムあたり2円であるから、数式で表すと、 $\text{鶏肉} + 2 \times \text{牛肉} \geq 400 \dots \textcircled{1}$ と表される。この境界線、すなわち「 $\text{鶏肉} + 2 \times \text{牛肉} = 400$ 」を上図に点で表すと、図のようになる。①はこの境界線の上側の領域になる。従って、条件 F を加えると、境界線で作られる図形は右図のようになる。



(ア)

4. 右図⑤の領域を表す式として正しいものはどれか。

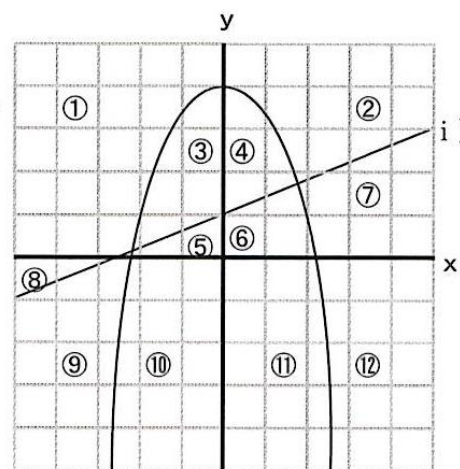
- ア $x > 0$ $y < 0$ $y < \frac{3}{2}x - 3$
- イ $x > 0$ $y < 0$ $y > \frac{3}{2}x - 3$
- ウ $x < 0$ $y < 0$ $y > \frac{3}{2}x - 3$
- エ $x < 0$ $y < 0$ $y < \frac{3}{2}x - 3$
- オ $x > 0$ $y > 0$ $y > \frac{3}{2}x - 3$
- カ $x > 0$ $y < 0$ $y > \frac{3}{2}x - 3$



⑤は、x軸より下側であるため $y < 0$ 、y軸より右側であるため $x > 0$ 。
 グラフ中の一次関数の傾きは、 $\frac{3}{2}$ であるため、その式は、 $y = \frac{3}{2}x - 3$ となる。この一次関数より上側にある
 原点を代入すると、成立するための不等号の向きは、 $y > \frac{3}{2}x - 3$ となる。 (イ)

5. (1)図③④の領域を表す式として正しいものはどれか。

- ア $y > \frac{2}{5}x + 1$ $y < -\frac{3}{4}x^2 + 4$
- イ $y > \frac{2}{5}x + 1$ $y > \frac{4}{3}x^2 + 4$
- ウ $y > \frac{2}{5}x - 1$ $y > -\frac{3}{4}x^2 - 4$
- エ $y < \frac{2}{5}x + 1$ $y < \frac{4}{3}x^2 - 4$
- オ $y < \frac{2}{5}x - 1$ $y > -\frac{3}{4}x^2 - 4$
- カ $y < \frac{2}{5}x - 1$ $y < -\frac{3}{4}x^2 + 4$



i)の関数は、 $y = \frac{2}{5}x + 1$ である。(5,3)を代入すると成立する。
 ii)の関数は、 $y = -\frac{3}{4}x^2 + 4$ である。(2,1)(0,4)を代入すると成立する。
 ③④は i)より上側にあり、原点を含まないので、 $y > \frac{2}{5}x + 1$
 ii)より内側にあり、原点を含むので、 $y < -\frac{3}{4}x^2 + 4$
 ③④内にある(0,2)を代入すると成立する。 (ア)

(2)図⑦の領域を表す式として正しいものはどれか。

- ア $y < 0$ $y > \frac{5}{2}x - 1$ $y < -\frac{3}{4}x^2 + 4$
- イ $y > 0$ $y > \frac{2}{5}x - 1$ $y > \frac{4}{3}x^2 + 4$
- ウ $y < 0$ $y > \frac{2}{5}x + 1$ $y > -\frac{3}{4}x^2 - 4$
- エ $y > 0$ $y < \frac{5}{2}x - 1$ $y < \frac{4}{3}x^2 - 4$
- オ $y < 0$ $y < \frac{2}{5}x + 1$ $y > -\frac{3}{4}x^2 - 4$
- カ $y > 0$ $y < \frac{2}{5}x + 1$ $y > -\frac{3}{4}x^2 + 4$

⑦は i)より下側にあるので、 $y < \frac{2}{5}x + 1$ ii)より外側にあるので、 $y > -\frac{3}{4}x^2 + 4$
 また、x軸($y=0$)より上側にあるので、 $y > 0$ ⑦内にある(3,1)を代入すると成立する。 (カ)

(3)下の式が示す領域は、図のどの領域になるか。①～⑫の中から選びなさい。ただし、複数の領域を解答する場合もある。

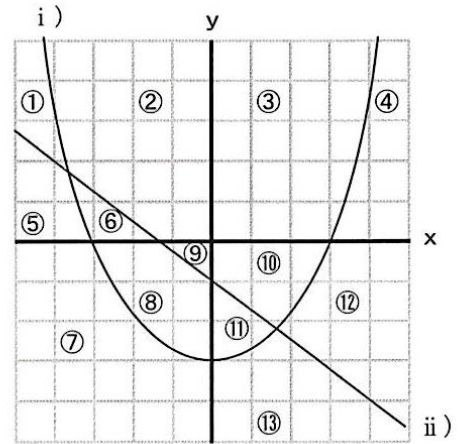
$$y < 0 \quad y > \frac{2}{5}x + 1 \quad y > -\frac{3}{4}x^2 + 4$$

$y < 0$ より、x軸より下側 ⑧⑨⑩⑪⑫ $y > \frac{2}{5}x + 1$ より、直線の上側 ①②③④⑧
 $y > -\frac{3}{4}x^2 + 4$ より、放物線の外側 ①②⑦⑧⑨⑫ いずれの領域も示しているのは⑧である。

(⑧)

6. (1)図②③⑨⑩の領域を表す式として正しいものはどれか。

- ア $y > \frac{3}{4}x + 1$ $y < -\frac{1}{3}x^2 + 3$
- イ $y > -\frac{3}{4}x - 1$ $y > \frac{1}{3}x^2 - 3$
- ウ $y > \frac{3}{4}x - 1$ $y > -\frac{1}{3}x^2 + 3$
- エ $y < -\frac{3}{4}x + 1$ $y < \frac{1}{3}x^2 - 3$
- オ $y < -\frac{3}{4}x + 1$ $y < -\frac{1}{3}x^2 - 3$
- カ $y < \frac{3}{4}x - 1$ $y > \frac{1}{3}x^2 + 3$



i)の関数は、 $y = \frac{1}{3}x^2 - 3$ ii)の関数は、 $y = -\frac{3}{4}x - 1$ である。

②③⑨⑩はii)より上側にあるので、 $y > -\frac{3}{4}x - 1$ i)より内側にあるので、 $y > \frac{1}{3}x^2 - 3$

②③⑨⑩内にある原点(0,0)を代入すると成立する。

(イ)

(2)図⑬の領域を表す式として正しいものはどれか。

- ア $x < 0$ $y > -\frac{3}{4}x - 1$ $y > \frac{1}{3}x^2 + 3$
- イ $x > 0$ $y > \frac{3}{4}x - 1$ $y > \frac{1}{3}x^2 + 3$
- ウ $x < 0$ $y > -\frac{3}{4}x + 1$ $y < -\frac{1}{3}x^2 - 3$
- エ $x > 0$ $y < -\frac{3}{4}x - 1$ $y < \frac{1}{3}x^2 - 3$
- オ $x < 0$ $y < \frac{3}{4}x + 1$ $y < -\frac{1}{3}x^2 - 3$
- カ $x > 0$ $y < \frac{3}{4}x + 1$ $y > -\frac{1}{3}x^2 + 3$

$x > 0$ より、y 軸より右側 ③④⑩⑪⑫⑬

$y < -\frac{3}{4}x - 1$ より、直線の下側 ⑤⑥⑦⑧⑪⑬

$y < \frac{1}{3}x^2 - 3$ より、放物線の外側 ①④⑤⑦⑫⑬

いずれの領域も示しているのは⑬である。

(エ)

(3)下の式が示す領域は、図のどの領域になるか。①～⑬の中から選びなさい。ただし、複数の領域を解答する場合もある。

$$x > 0 \quad y > -\frac{3}{4}x - 1 \quad y > \frac{1}{3}x^2 - 3$$

$x > 0$ より、y 軸より右側 ③④⑩⑪⑫⑬

$y > -\frac{3}{4}x - 1$ より、直線の上側 ①②③④⑨⑩⑫

$y > \frac{1}{3}x^2 - 3$ より、放物線の内側 ②③⑥⑧⑨⑩⑪

いずれの領域も示しているのは③と⑩である。

(③と⑩)